education

Department:
Education
North West Provincial Government
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

NASIONALE SENIOR SERTIFIKAAT

GRAAD 12

WISKUNDE V2

SEPTEMBER 2024

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 12 bladsye, 1 inligtingsblad en 'n antwoordeboek van 20 bladsye.

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat die vrae beantwoord word.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 10 vrae.

2. Beantwoord AL die vrae in die SPESIALE ANTWOORDEBOEK wat verskaf word.

3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ens. wat jy in die beantwoording van die vrae gebruik, duidelik aan.

4. Slegs antwoorde sal NIE noodwendig volpunte verdien NIE.

5. Jy mag ‘n goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar gebruik (nieprogrammeerbaar en niegrafies), tensy anders vermeld.

6. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders vermeld.

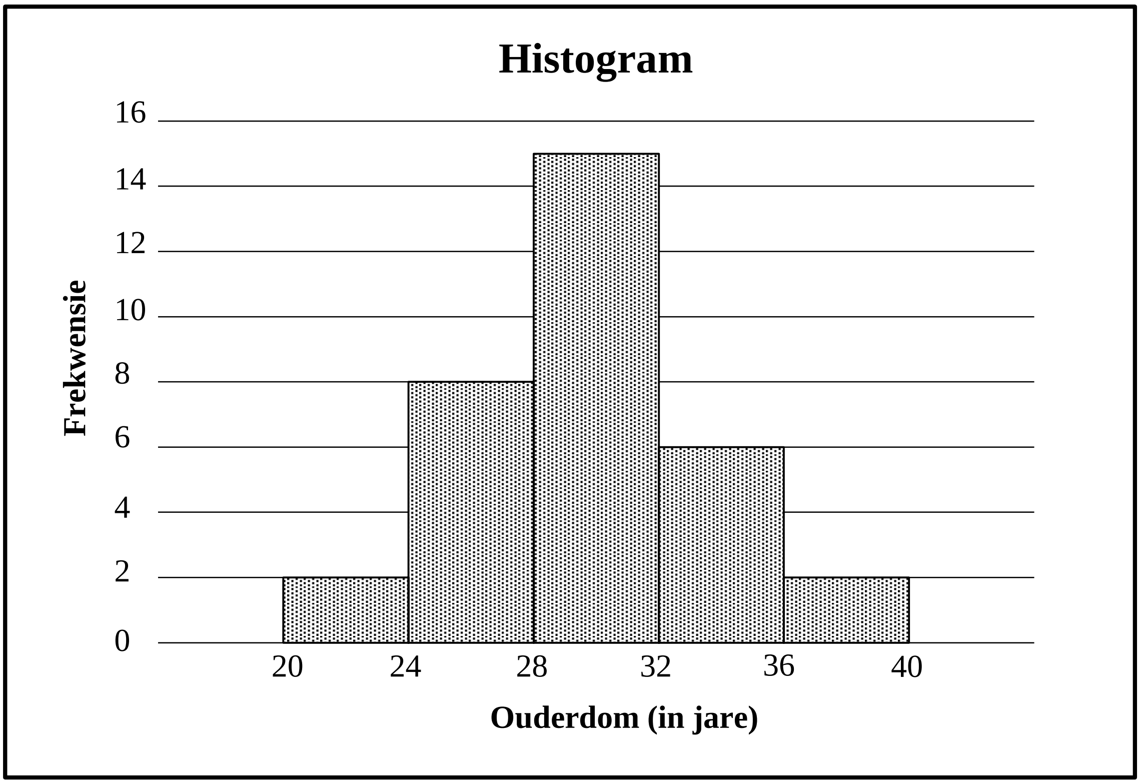
7. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.

8. ‘n Inligtingsblad met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.

9. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

Gedurende die Rugby-wêreldbeker van 2023, is die ouderdom (in jare) van die spelers van die Springbokoefengroep aangeteken. Die data word in die histogram hieronder voorgestel.



1.1 Hoeveel spelers was in hierdie rugby-oefengroep? (1)

1.2 Bereken die benaderde gemiddelde ouderdom van hierdie rugbyspelers. (2)

1.3 Gebruik die histogram om:

1.3.1 Die kumulatiewe frekwensiekolom in die ANTWOORDEBOEK te voltooi (2)

1.3.2 'n Ogief (kumulatiewe frekwensiegrafiek) van die bostaande data op die rooster wat in die ANTWOORDEBOEK voorsien word, te teken (3)

1.4 Skryf die benaderde mediaan van die bostaande data neer. (2)

1.5 Daar word ontdek dat die frekwensie van die ouderdomdata vir *k*-spelers in die modale ouderdominterval verkeerd aangeteken was. Die fout word reggestel en die frekwensie van TWEE ander intervalle word verhoog. Die aantal spelers in die oefengroep bly onveranderd. Bepaal die minimumwaarde van *k*, as die data van die nuwe histogram simmetries is. (3)

[13]

VRAAG 2

Mev. Mochini wil wiskundige modellering gebruik om die finale uitslae van haar graad 12-Wiskundeleerders te voorspel. Sy besluit om die Voorbereidende en Finale Wiskunde eksamenuitslae van die vorige jaar te gebruik om haar te help om so ‘n moontlike model te ontwikkel.

Sy teken in die tabel hieronder, 10 leerders se uitslae (in %) van die vorige jaar as volg aan:

Voorbereidende eksamen (x)	38	65	78	23	67	93	39	83	51	66
Finale eksamen (y)	57	72	81	27	59	94	41	85	54	79

2.1 Bepaal die vergelyking van die kleinstekwadrate-regressielyn. (3)

2.2 ‘n Leerder het 46% vir die Voorbereidende eksamen behaal.

2.2.1 Bereken die moontlike finale eksamenpunt wat mev. Mochini van hierdie leerder kan verwag. (2)

2.2.2 Is die antwoord in VRAAG 2.2.1 ‘n goeie aanduiding van die verwagte finale eksamenuitslag? Motiveer jou antwoord. (2)

2.3 Die punt $(\bar{x}\ ;\ q)$ lê op die regressielyn van VRAAG 2.1.

Slegs EEN van die opsies hieronder is die korrekte weergawe van die waarde van q. Skryf slegs die letter van die korrekte opsie as jou antwoord neer.

A $\sqrt{\bar{x}}$

B $\dfrac{\sum y}{10}$

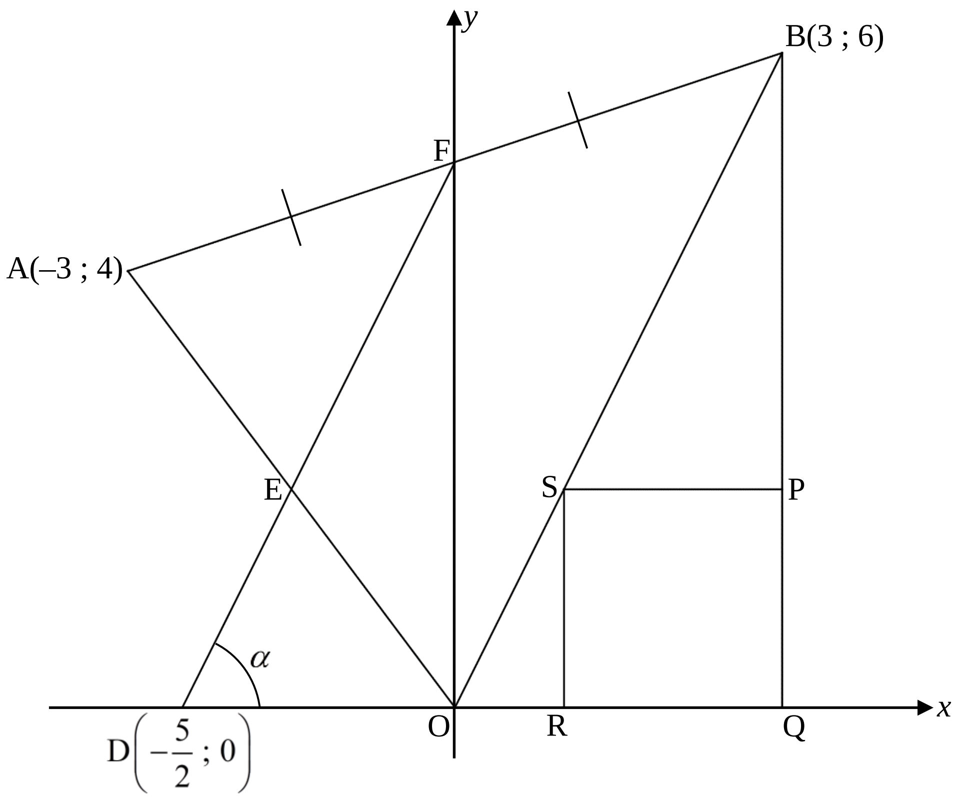
C σ_x

D σ_y (1)

[8]

VRAAG 3

In die diagram is A(–3 ; 4), B(3 ; 6) en O (oorsprong) die hoekpunte van ΔABO. F is die middelpunt van AB en word verbind met $D\left(-\frac{5}{2}\,;\,0\right)$. Die inklinasiehoek van FD is α. Die lyne AO en DF sny by E. ‘n Vierhoek PQRS word geteken met QR op die x-as en S is ‘n punt op OB. Die sy QP word verleng tot B.



3.1 Bereken die:

3.1.1 Koördinate van F (2)

3.1.2 Gradiënt van DF (2)

3.1.3 Grootte van α (2)

3.2 Skryf die vergelyking van OB neer. (1)

3.3 Gee ‘n rede waarom is DF || OB. (1)

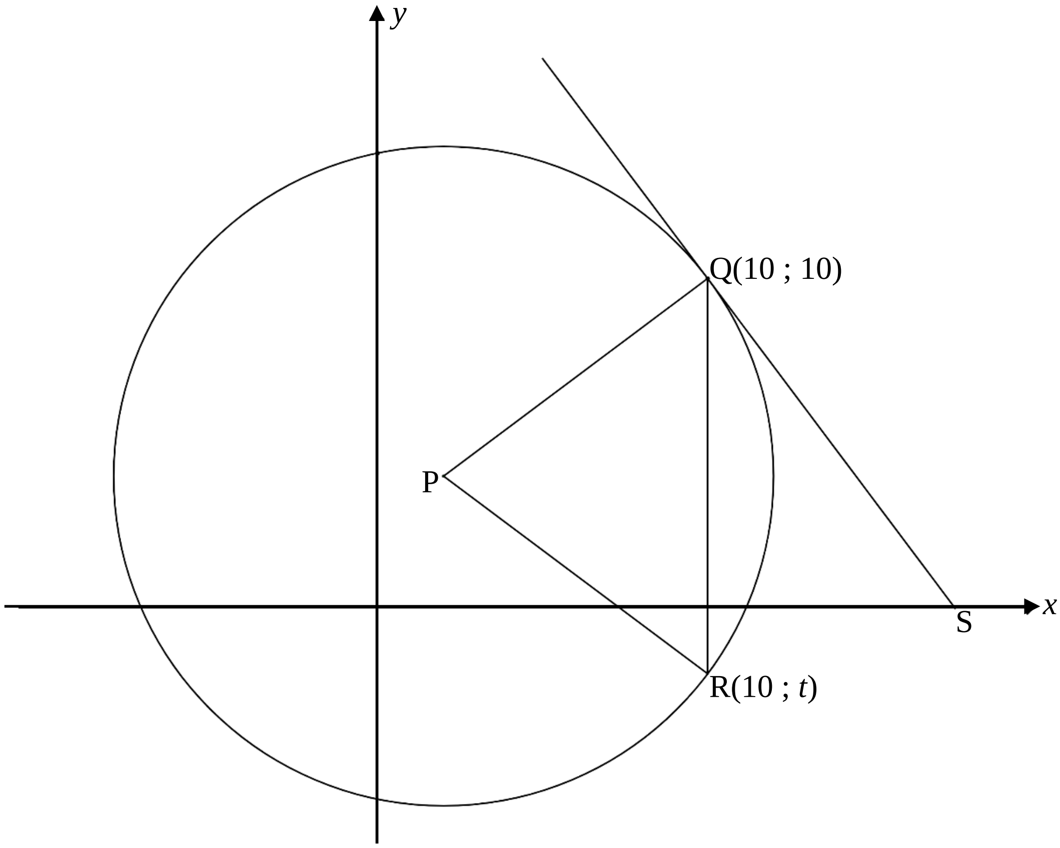
3.4 Dit word gegee dat PQRS ‘n vierkant met ‘n oppervlakte van $9x^2$ vierkante eenhede is. Bereken die koördinate van S. (6)

3.5 Bewys dat EDOS ‘n parallelogram vorm. (4)

[18]

VRAAG 4

In die diagram hieronder, is die sirkel met midddelpunt P se vergelyking $x^2 - 4x + y^2 - 8y = 80$. QS is 'n raaklyn aan die sirkel by Q en sny die x-as by S. Die punt R(10 ; t) lê op die sirkel.



4.1 Bepaal die vergelyking van die sirkel in die vorm $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$. (2)

4.2 Skryf neer die:

4.2.1 Koördinate van P (2)

4.2.2 Vergelyking van QR (1)

4.3 Bepaal die vergelyking van die raaklyn QS. (5)

4.4 Bereken die grootte van $R\hat{Q}S$. (3)

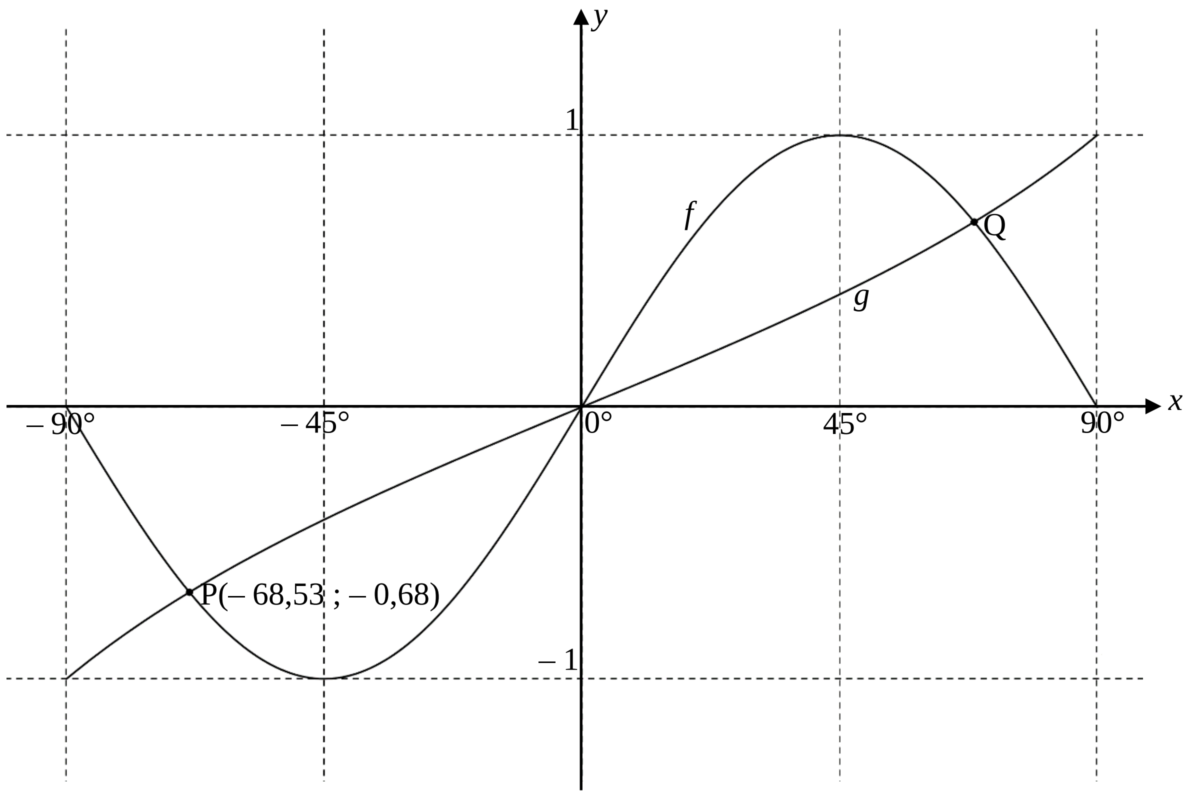
4.5 Bereken die oppervlakte van Δ PQR. (4)

4.6 'n Funksie h word gevorm deur die waardeversameling van die sirkel te beperk tot $y \geq 4$. As $\sum_{x=-8}^{2} h(x) = k$, bepaal die waarde van $\sum_{x=3}^{12} h(x)$ in terme van k. (4)

[21]

VRAAG 5

In die diagram hieronder is die grafieke van $f(x) = a\sin 2x$ en $g(x) = \tan bx$ vir $x \in [-90° ; 90°]$ geskets. P(– 68,53 ; – 0,68) en Q is die snypunte van f en g.



5.1 Skryf neer die:

5.1.1 Waarde van a (1)

5.1.2 Koördinate van Q (2)

5.1.3 x-waardes van die draaipunte van h, as $h(x) = f(x + 30°)$ (2)

5.1.4 Waarde(s) van x waar $-0,68 < g(x) \leq 1$ (2)

5.1.5 Waarde van m waar $f(x + m) = -\cos 2x$ (2)

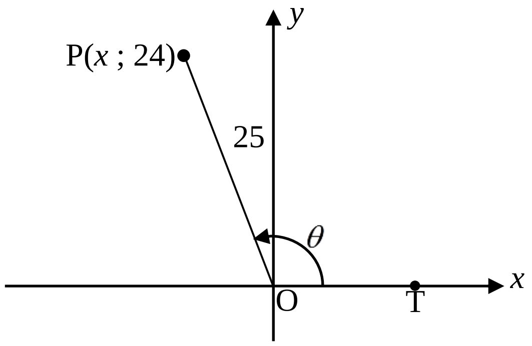
5.1.6 Waarde van b (1)

5.2 Vir watter waarde(s) van x, in die gegewe interval, sal $x \cdot \sqrt{g(x) - f(x)} > 0$? (2)

[12]

VRAAG 6

6.1 In die diagram hieronder is die punt P(x ; 24), 25 eenhede vanaf die oorsprong O.
T is 'n punt op die x-as sodat $\hat{TOP} = \theta$.



6.1.1 Bereken die waarde van x. (2)

6.1.2 **Sonder die gebruik van 'n sakrekenaar,** bepaal die waarde van $\tan(360° - \theta)$ (2)

6.1.3 Bereken die grootte van $\hat{POT}$ (2)

6.2 **Sonder die gebruik van 'n sakrekenaar**, bereken die waarde van die volgende uitdrukkings:

6.2.1 $\sin 20° + \cos 120°.\tan 405° + \cos 110°$ (4)

6.2.2 $\dfrac{\left(\sqrt{2}\cos 15° + 1\right)\left(\sqrt{2}\cos 15° - 1\right)\sin(-2x)}{4\sin x \cos x}$ (4)

6.3 As $\sin(x + y).\cos(x + y) = t$, druk die volgende uit in terme van t:

$4\cos(90° - 2y).\cos 2x + 4\sin 2x.\cos(360° + 2y)$ (5)

6.4 Gegee: $\sin^2 x + \cos^2 x + \tan^2 x$

6.4.1 Bewys dat $\sin^2 x + \cos^2 x + \tan^2 x = \dfrac{1}{\cos^2 x}$ (3)

6.4.2 Attie, 'n graad 12-leerder, argumenteer dat $\sqrt{\sin^2 x + \cos^2 x + \tan^2 x} \neq \dfrac{1}{\cos x}$,
as $x \in (180° ; 270°)$.
Is Attie se argument korrek? Motiveer jou antwoord. (2)

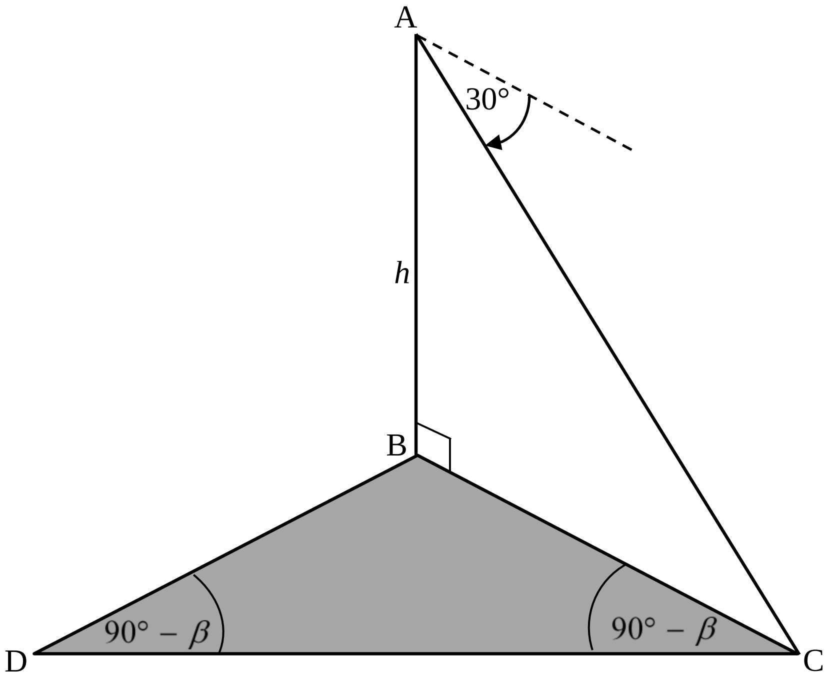
6.5 Gegee: $2^{2\sin^2 x} - 5.2^{\cos 2x} = -3,\ x \in (0° ; 90°)$.

Toon, **sonder die gebruik van 'n sakrekenaar**, dat $\sin x = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$. (6)

[30]

VRAAG 7

In die diagram lê D, B en C in dieselfde horisontale vlak. AB is ‘n vertikale toring. Die dieptehoek vanaf A na C is 30°. $B\hat{C}D = B\hat{D}C = 90° - \beta$ en AB = h meter.



7.1 Bepaal die lengte van BC in terme van h. (2)

7.2 Skryf neer die grootte van $D\hat{B}C$ in terme van β. (1)

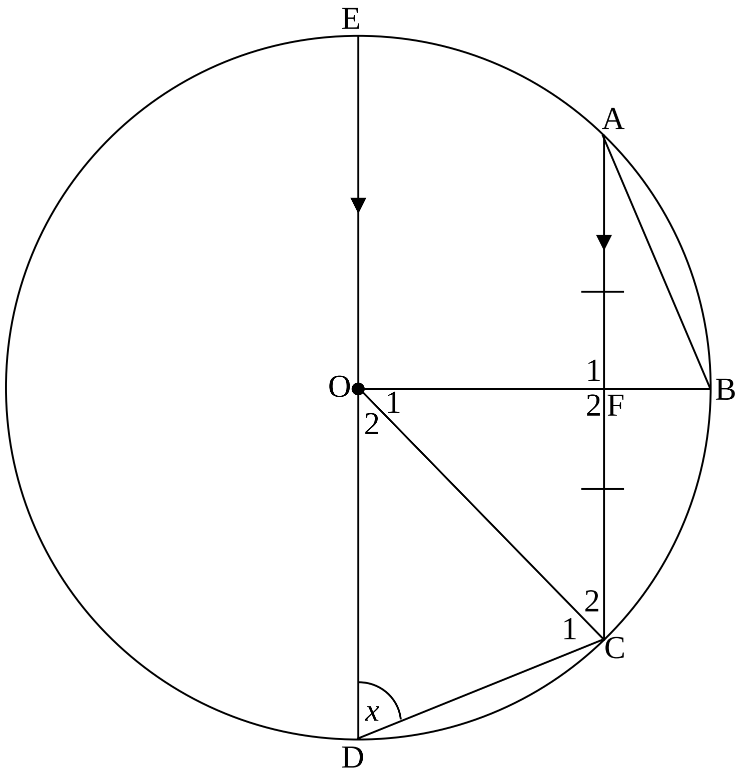
7.3 Toon dat $DC = \sqrt{12}\,h\sin\beta$ (5)

[8]

Gee redes vir jou bewerings vir VRAE 8, 9 en 10.

VRAAG 8

DE is die middellyn van die sirkel met middelpunt O. Punte A, B en C lê op die sirkel.
$AC \parallel DE$, AF = FC en $O\hat{D}C = x$.



8.1 Bereken die grootte van $\hat{F}_2$. (2)

8.2 Bepaal in terme van *x*, met redes, die grootte van die volgende hoeke:

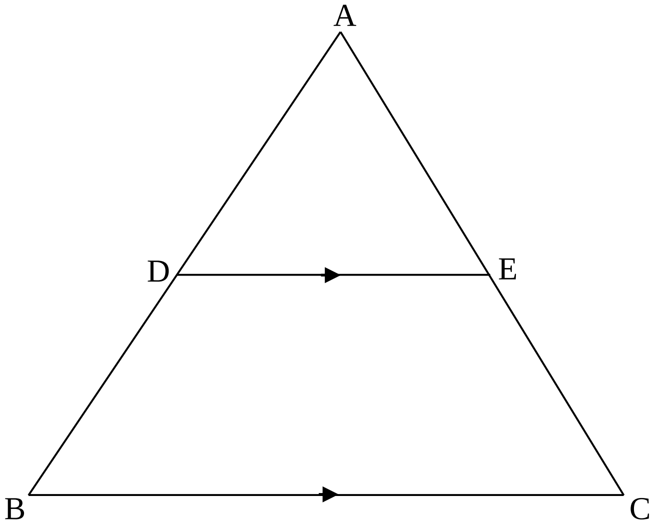
8.2.1 $\hat{O}_2$ (2)

8.2.2 $\hat{B}$ (6)

[10]

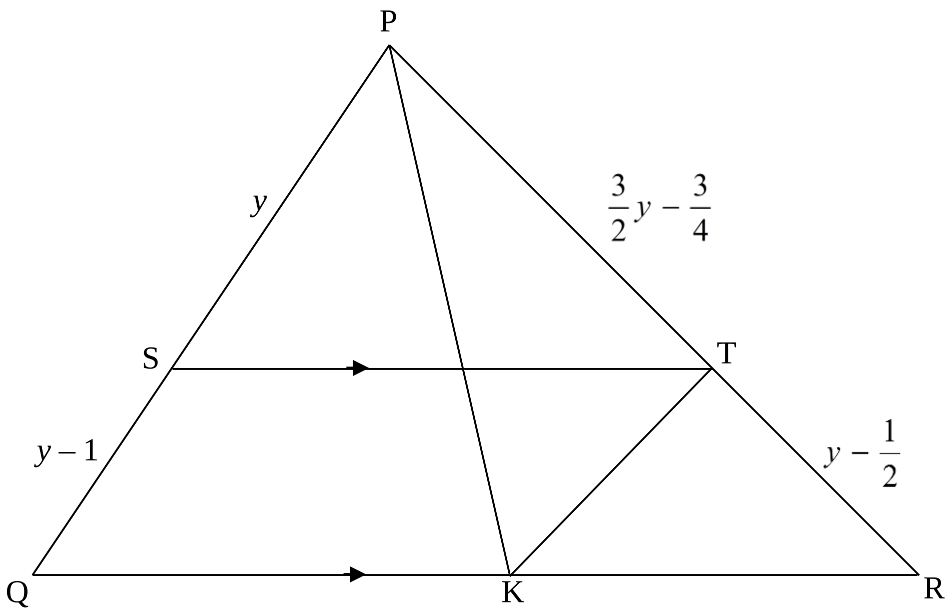
VRAAG 9

9.1 In die diagram is Δ ABC met DE$\|$BC.



Bewys die stelling wat beweer dat $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$. (5)

9.2 In die diagram is Δ PQR met ST$\|$QR. K is ‘n punt op QR en word met T en P verbind. $PS = y$, $SQ = y - 1$, $TR = y - \frac{1}{2}$ en $PT = \frac{3}{2}y - \frac{3}{4}$ eenhede.



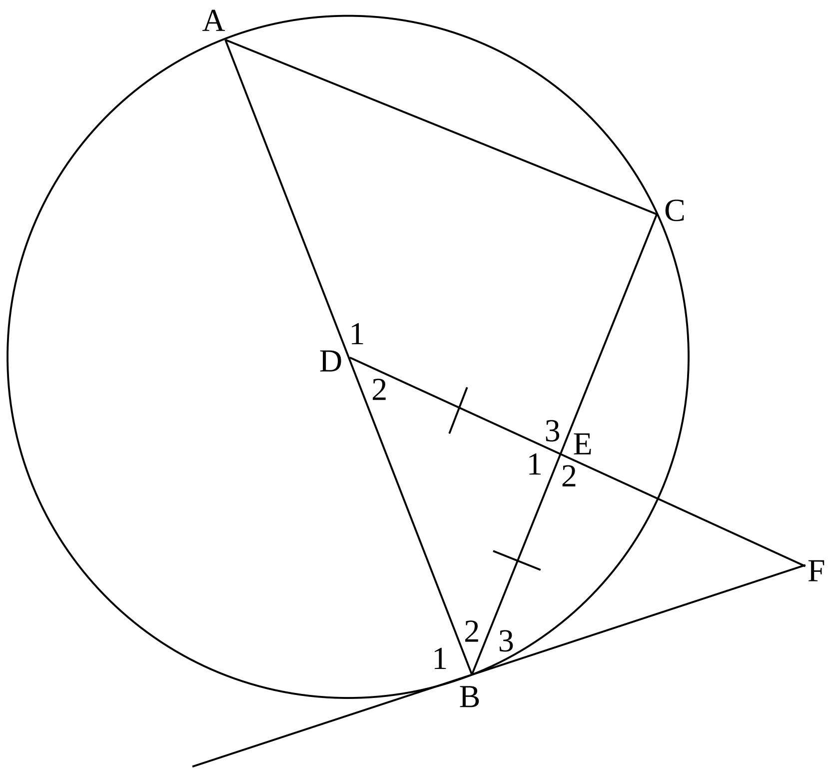
9.2.1 Bereken, met redes, die waarde van y. (5)

9.2.2 As $\hat{PKT} = \hat{Q}$, bewys dat PSKT ‘n koordevierhoek is. (2)

[12]

VRAAG 10

In die diagram is D die middelpunt van die sirkel. BF is 'n raaklyn aan die sirkel by B. C lê op die sirkel en vorm die koorde AC en BC. D word verbind met F en BE = DE.



10.1 Bewys dat:

10.1.1 $\hat{C} = A\hat{B}F$ (4)

10.1.2 $DF.BC = AB.BD$ (4)

10.1.3 E die middelpunt van die sirkel is wat deur die punte D, B en F gaan. (4)

10.2 Bewys dat: $\dfrac{1}{BC^2 - AB^2} = -\dfrac{AD.FB}{EF.AC^3}$ (6)

[18]

TOTAAL: 150

INLIGTINGSBLAD: WISKUNDE

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$A = P(1 + ni)$ $\quad A = P(1 - ni)$ $\quad A = P(1 - i)^n$ $\quad A = P(1 + i)^n$

$T_n = a + (n-1)d$ $\quad S_n = \frac{n}{2}\left[2a + (n-1)d\right]$

$T_n = ar^{n-1}$ $\quad S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}\ ;\ r \neq 1$ $\quad S_\infty = \frac{a}{1 - r}\ ;\ -1 < r < 1$

$F = \frac{x\left[(1+i)^n - 1\right]}{i}$ $\quad P = \frac{x\left[1 - (1+i)^{-n}\right]}{i}$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $\quad \mathrm{M}\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\ ;\ \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$y = mx + c$ $\quad y - y_1 = m(x - x_1)$ $\quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $\quad m = \tan\theta$

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

$$In\ \Delta ABC: \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$

$$area\ \Delta ABC = \frac{1}{2}ab.\sin C$$

$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha.\cos\beta + \cos\alpha.\sin\beta$ $\quad \sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha.\cos\beta - \cos\alpha.\sin\beta$

$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha.\cos\beta - \sin\alpha.\sin\beta$ $\quad \cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha.\cos\beta + \sin\alpha.\sin\beta$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \\ 1 - 2\sin^2\alpha \\ 2\cos^2\alpha - 1 \end{cases}$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha.\cos\alpha$$

$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$ $\quad \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n}$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ $\quad P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ and } B)$

$\hat{y} = a + bx$

$$b = \frac{\sum(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum(x - \bar{x})^2}$$